

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

アウトライン

1. 音律の元祖「ピタゴラス音律」
2. ピタゴラス音律の発展型「純正律」
3. 現在の音律「平均律」

1

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

弦の固有振動

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

$$v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

$$f_2 = \frac{v}{L}$$

振動数が2倍 → 1オクターブ高い音

2

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

$$f_3 = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

左から $\frac{2}{3}L$ の点を押さえる

$f_3 \rightarrow f_1$ と同時に鳴らすと心地よい（調和する）

$$f_3' = \frac{3v}{4L} = \frac{1}{2}f_3$$

左から $\frac{1}{3}L$ の点を押さえる

f_3' と f_1 も調和する

3

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

ピタゴラス音律

1 C (ハ長調のド)

$$1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{3}{2} \times 3 \times \frac{1}{2^2} = \frac{9}{8} = 1.125$$

$$\frac{9}{8} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{27}{16} = 1.6875$$

$$\frac{27}{16} \times 3 \times \frac{1}{2^2} = \frac{81}{64} = 1.265625$$

...

4

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

1	1	C
1.5	1.067871094	C#
1.125	1.125	D
1.6875	1.20135498	D#
1.265625	1.265625	E
1.8984375	1.351524353	F
1.423828125	1.423828125	F#
1.067871094	1.5	G
1.601806641	1.601806641	G#
1.20135498	1.6875	A
1.802032471	1.802032471	A#
1.351524353	1.8984375	B
2.02728653	2.02728653	C

5

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

C	1	260.74074 Hz
C#	1.067871094	278.4375 Hz
D	1.125	293.33333 Hz
E♭	1.185185185	309.02606 Hz
E	1.265625	330 Hz
F	1.333333333	347.65432 Hz
F#	1.423828125	371.25 Hz
G	1.5	391.11111 Hz
G#	1.601806641	417.65625 Hz
A	1.6875	440 Hz
B♭	1.777777778	463.53909 Hz
B	1.8984375	495 Hz
C	2	521.48148 Hz

6

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

1	C
$1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$	G
$\frac{3}{2} \times 3 \times \frac{1}{2^2} = \frac{9}{8} = 1.125$	D
$\frac{9}{8} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{27}{16} = 1.6875$	A
$\frac{27}{16} \times 3 \times \frac{1}{2^2} = \frac{81}{64} = 1.265625$	E

7

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

C	1
C#	1.067871094
D	1.125
E♭	1.185185185
E	1.265625
F	1.333333333
F#	1.423828125
G	1.5
G#	1.601806641
A	1.6875
B♭	1.777777778
B	1.8984375
C	2

1.25 (= $\frac{5}{4}$) の方がいいはず

左から $\frac{1}{5}L$ の点を押さえる

$$f_5' = \frac{5v}{8L} = \frac{5}{4}f_1$$

8

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

ピタゴラス音律の計算式 (主音の振動数) $\times \frac{3^b}{2^a}$

純正律の計算式 (主音の振動数) $\times \frac{3^b 5^c}{2^a}$

9

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

C	1	264 Hz	G	1.5	396 Hz
C#	1.0416667	275 Hz	G#	1.5625	412.5 Hz
D♭	1.0666667	281.6 Hz	A♭	1.6	422.4 Hz
D	1.125	297 Hz	A	1.6666667	440 Hz
D#	1.171875	309.375 Hz	A#	1.7578125	464.0625 Hz
E♭	1.2	316.8 Hz	B♭	1.7777778	469.33333 Hz
E	1.25	330 Hz	B♭	1.8	475.2 Hz
F♭	1.28	337.92 Hz	B	1.875	495 Hz
F	1.3333333	352 Hz	C♭	1.92	506.88 Hz
F#	1.3888889	366.66667 Hz	C	2	528 Hz
G♭	1.44	380.16 Hz			

10

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

C	1
D	1.125
E	1.25
F	1.33333333
G	1.5
A	1.66666667
B	1.875
C	2

各音の割合が示されています。Cは1、Dは $\frac{9}{8}$ 、Eは $\frac{10}{9}$ 、Fは $\frac{16}{15}$ 、Gは $\frac{9}{8}$ 、Aは $\frac{10}{9}$ 、Bは $\frac{9}{8}$ 、Cは $\frac{16}{15}$ の関係です。

11

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】

1. ピタゴラス音律
2. 純正律
3. 平均律

平均律の計算式 (主音の振動数) $\times \frac{n}{2^{12}}$

12

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】			
	n		1. ピタゴラス音律 2. 純正律 3. 平均律
C	0	1	261.6256 Hz
C#	1	1.059463	277.1826 Hz
D	2	1.122462	293.6648 Hz
D#	3	1.189207	311.127 Hz
E	4	1.259921	329.6276 Hz
F	5	1.33484	349.2282 Hz
F#	6	1.414214	369.9944 Hz
G	7	1.498307	391.9954 Hz
G#	8	1.587401	415.3047 Hz
A	9	1.681793	440 Hz
A#	10	1.781797	466.1638 Hz
B	11	1.887749	493.8833 Hz
C	12	2	523.2511 Hz

13

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】			
	n		1. ピタゴラス音律 2. 純正律 3. 平均律
C	0	1	261.6256 Hz
C#	1	1.059463	277.1826 Hz
D	2	1.122462	293.6648 Hz
D#	3	1.189207	311.127 Hz
E	4	1.259921	329.6276 Hz
F	5	1.33484	349.2282 Hz
F#	6	1.414214	369.9944 Hz
G	7	1.498307	391.9954 Hz
G#	8	1.587401	415.3047 Hz
A	9	1.681793	440 Hz
A#	10	1.781797	466.1638 Hz
B	11	1.887749	493.8833 Hz
C	12	2	523.2511 Hz

14

岡崎高校 年度 1年 音楽 I & iA物理 I 【音階の物理】			
	n		1. ピタゴラス音律 2. 純正律 3. 平均律
・純正律と平均律の聞き比べ			
・参考図書 小方厚 (2018) 「音階と音律の科学 新装版 ~ドレミ…はどのように生まれたか~」講談社ブルーバックス			

15

I 年 音楽I & iA 物理I ワークシート 45 音階の物理

西洋音楽で使われているドレミ…の音階は、物理で学習した「弦の振動」の知識をもとにして作られている。今回の授業では、音階がどのようにして作られたかを概観してみよう。

- ・ 1オクターブとは …
- ・ 音階をつくるとは … 1オクターブの中に規則的に音を並べていくこと。
その規則を音律という。

(1) 音律の元祖「ピタゴラス音律」

- ・ ピタゴラス…基本振動と3倍振動が調和することを発見。
- ・ ある振動数を3倍する。1オクターブの範囲に収まるように 2^a で割る。
- ・ 長所・短所

(2) ピタゴラス音律の発展型「純正律」

- ・ 音階の振動数比がより簡単な整数比になるようにバージョンアップ。
- ・ 基本振動と5倍振動も調和することを利用。
- ・ 長所・短所

(3) 現在の音律「平均律」

- ・ 12音階の振動数比が全て等しくなるように、数式を利用して音階を作成。
- ・ 長所・短所
- ・ 平均律と純正律を聞き比べてみよう。

参考図書：小方厚（2018）「音階と音律の科学 新装版 ~ドレミ…はどのように生まれたか~」講談社ブルーバックス